

# **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОГО КУРСА «ГЕОМЕТРИЯ» (УГЛУБЛЕННЫЙ УРОВЕНЬ)**

## **I. СОДЕРЖАНИЕ ОБУЧЕНИЯ УЧЕБНОГО КУРСА «ГЕОМЕТРИЯ» (УГЛУБЛЕННЫЙ УРОВЕНЬ)**

### **10 КЛАСС**

#### **Прямые и плоскости в пространстве**

Основные понятия стереометрии. Точка, прямая, плоскость, пространство. Понятие об аксиоматическом построении стереометрии: аксиомы стереометрии и следствия из них.

Взаимное расположение прямых в пространстве: пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые. Признаки скрещивающихся прямых. Параллельность прямых и плоскостей в пространстве: параллельные прямые в пространстве, параллельность трёх прямых, параллельность прямой и плоскости. Параллельное и центральное проектирование, изображение фигур. Основные свойства параллельного проектирования. Изображение фигур в параллельной проекции. Углы с сонаправленными сторонами, угол между прямыми в пространстве. Параллельность плоскостей: параллельные плоскости, свойства параллельных плоскостей. Простейшие пространственные фигуры на плоскости: тетраэдр, параллелепипед, построение сечений.

Перпендикулярность прямой и плоскости: перпендикулярные прямые в пространстве, прямые параллельные и перпендикулярные к плоскости, признак перпендикулярности прямой и плоскости, теорема о прямой перпендикулярной плоскости. Ортогональное проектирование. Перпендикуляр и наклонные: расстояние от точки до плоскости, расстояние от прямой до плоскости, проекция фигуры на плоскость. Перпендикулярность плоскостей: признак перпендикулярности двух плоскостей. Теорема о трёх перпендикулярах.

Углы в пространстве: угол между прямой и плоскостью, двугранный угол, линейный угол двугранного угла. Трёхгранный и многогранные углы. Свойства плоских углов многогранного угла. Свойства плоских и двугранных углов трёхгранного угла. Теоремы косинусов и синусов для трёхгранного угла.

#### **Многогранники**

Виды многогранников, развёртка многогранника. Призма:  $n$ -угольная призма, прямая и наклонная призмы, боковая и полная поверхность призмы. Параллелепипед, прямоугольный параллелепипед и его свойства. Кратчайшие пути на поверхности многогранника. Теорема Эйлера. Пространственная теорема Пифагора. Пирамида:  $n$ -угольная пирамида, правильная и усечённая пирамиды. Свойства рёбер и боковых граней правильной пирамиды. Правильные многогранники: правильная призма и правильная пирамида, правильная треугольная пирамида и правильный тетраэдр, куб. Представление о правильных многогранниках: октаэдр, додекаэдр и икосаэдр.

Вычисление элементов многогранников: рёбра, диагонали, углы. Площадь боковой поверхности и полной поверхности прямой призмы, площадь оснований, теорема о боковой поверхности прямой призмы. Площадь боковой поверхности и поверхности правильной пирамиды, теорема о площади усечённой пирамиды.

Симметрия в пространстве. Элементы симметрии правильных многогранников. Симметрия в правильном многограннике: симметрия параллелепипеда, симметрия правильных призм, симметрия правильной пирамиды.

## **Векторы и координаты в пространстве**

Понятия: вектор в пространстве, нулевой вектор, длина ненулевого вектора, векторы коллинеарные, сонаправленные и противоположно направленные векторы. Равенство векторов. Действия с векторами: сложение и вычитание векторов, сумма нескольких векторов, умножение вектора на число. Свойства сложения векторов. Свойства умножения вектора на число. Понятие компланарные векторы. Признак компланарности трёх векторов. Правило параллелепипеда. Теорема о разложении вектора по трём некомпланарным векторам. Прямоугольная система координат в пространстве. Координаты вектора. Связь между координатами вектора и координатами точек. Угол между векторами. Скалярное произведение векторов.

## **11 КЛАСС**

### **Тела вращения**

Понятия: цилиндрическая поверхность, коническая поверхность, сферическая поверхность, образующие поверхности. Тела вращения: цилиндр, конус, усечённый конус, сфера, шар. Взаимное расположение сферы и плоскости, касательная плоскость к сфере. Изображение тел вращения на плоскости. Развёртка цилиндра и конуса. Симметрия сферы и шара.

Объём. Основные свойства объёмов тел. Теорема об объёме прямоугольного параллелепипеда и следствия из неё. Объём прямой и наклонной призмы, цилиндра, пирамиды и конуса. Объём шара и шарового сегмента.

Комбинации тел вращения и многогранников. Призма, вписанная в цилиндр, описанная около цилиндра. Пересечение сферы и шара с плоскостью. Касание шара и сферы плоскостью. Понятие многогранника, описанного около сферы, сферы, вписанной в многогранник или тело вращения.

Площадь поверхности цилиндра, конуса, площадь сферы и её частей. Подобие в пространстве. Отношение объёмов, площадей поверхностей подобных фигур. Преобразование подобия, гомотетия. Решение задач на плоскости с использованием стереометрических методов.

Построение сечений многогранников и тел вращения: сечения цилиндра (параллельно и перпендикулярно оси), сечения конуса (параллельные основанию и проходящие через вершину), сечения шара, методы построения сечений: метод следов, метод внутреннего проектирования, метод переноса секущей плоскости.

### **Векторы и координаты в пространстве**

Векторы в пространстве. Операции над векторами. Векторное умножение векторов. Свойства векторного умножения. Прямоугольная система координат в пространстве. Координаты вектора. Разложение вектора по базису. Координатно-векторный метод при решении геометрических задач.

### **Движения в пространстве**

Движения пространства. Отображения. Движения и равенство фигур. Общие свойства движений. Виды движений: параллельный перенос, центральная симметрия, зеркальная симметрия, поворот вокруг прямой. Преобразования подобия. Прямая и сфера Эйлера.

## **II. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОГО КУРСА «ГЕОМЕТРИЯ» (УГЛУБЛЕННЫЙ УРОВЕНЬ)**

### **ЛИЧНОСТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ**

#### **1) гражданское воспитание:**

сформированность гражданской позиции обучающегося как активного и ответственного члена российского общества, представление о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (выборы, опросы и другое), умение взаимодействовать с социальными институтами в соответствии с их функциями и назначением;

#### **2) патриотическое воспитание:**

сформированность российской гражданской идентичности, уважения к прошлому и настоящему российской математики, ценностное отношение к достижениям российских математиков и российской математической школы, использование этих достижений в других науках, технологиях, сферах экономики;

#### **3) духовно-нравственное воспитание:**

осознание духовных ценностей российского народа, сформированность нравственного сознания, этического поведения, связанного с практическим применением достижений науки и деятельностью учёного, осознание личного вклада в построение устойчивого будущего;

#### **4) эстетическое воспитание:**

эстетическое отношение к миру, включая эстетику математических закономерностей, объектов, задач, решений, рассуждений, восприимчивость к математическим аспектам различных видов искусства;

#### **5) физическое воспитание:**

сформированность умения применять математические знания в интересах здорового и безопасного образа жизни, ответственное отношение к своему здоровью (здравое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность), физическое совершенствование при занятиях спортивно-оздоровительной деятельностью;

#### **6) трудовое воспитание:**

готовность к труду, осознание ценности трудолюбия, интерес к различным сферам профессиональной деятельности, связанным с математикой и её приложениями, умение совершать осознанный выбор будущей профессии и реализовывать собственные жизненные планы, готовность и способность к математическому образованию и самообразованию на протяжении всей жизни, готовность к активному участию в решении практических задач математической направленности;

#### **7) экологическое воспитание:**

сформированность экологической культуры, понимание влияния социально-экономических процессов на состояние природной и социальной среды, осознание глобального характера экологических проблем, ориентация на применение математических знаний для решения задач в области окружающей среды, планирование поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды;

#### **8) ценности научного познания:**

сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, понимание математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации, овладение языком математики и математической культурой как средством познания мира, готовность осуществлять проектную и исследовательскую деятельность индивидуально и в группе.

## **МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ**

### **Познавательные универсальные учебные действия**

#### **Базовые логические действия:**

выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями, формулировать определения понятий, устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа;

воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие, условные;

выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях, предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;

делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии;

проводить самостоятельно доказательства математических утверждений (прямые и от противного), выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры, обосновывать собственные суждения и выводы;

выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев).

#### **Базовые исследовательские действия:**

использовать вопросы как исследовательский инструмент познания, формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, устанавливать искомое и данное, формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение;

проводить самостоятельно спланированный эксперимент, исследование по установлению особенностей математического объекта, явления, процесса, выявлению зависимостей между объектами, явлениями, процессами;

самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведённого наблюдения, исследования, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений;

прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях.

#### **Работа с информацией:**

выявлять дефициты информации, данных, необходимых для ответа на вопрос и для решения задачи;

выбирать информацию из источников различных типов, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления;

структурить информацию, представлять её в различных формах, иллюстрировать графически;

оценивать надёжность информации по самостоятельно сформулированным критериям.

### **Коммуникативные универсальные учебные действия**

#### **Общение:**

воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения, ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат;

в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, проблемы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения, сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций, в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения;

представлять результаты решения задачи, эксперимента, исследования, проекта, самостоятельно выбирать формат выступления с учётом задач презентации и особенностей аудитории.

### **Регулятивные универсальные учебные действия**

#### **Самоорганизация:**

составлять план, алгоритм решения задачи, выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации.

#### **Самоконтроль, эмоциональный интеллект:**

владеть навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов, владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи;

предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, данных, найденных ошибок, выявленных трудностей;

оценивать соответствие результата цели и условиям, объяснять причины достижения или недостижения результатов деятельности, находить ошибку, давать оценку приобретённому опыту.

#### **Совместная деятельность:**

понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных задач, принимать цель совместной деятельности, планировать организацию совместной работы, распределять виды работ, договариваться, обсуждать процесс и результат работы, обобщать мнения нескольких людей;

участвовать в групповых формах работы (обсуждения, обмен мнений, «мозговые штурмы» и иные), выполнять свою часть работы и координировать свои действия с другими

членами команды, оценивать качество своего вклада в общий продукт по критериям, сформулированным участниками взаимодействия.

## ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

К концу **10 класса** обучающийся научится:

- свободно оперировать основными понятиями стереометрии при решении задач и проведении математических рассуждений;
- применять аксиомы стереометрии и следствия из них при решении геометрических задач;
- классифицировать взаимное расположение прямых в пространстве, плоскостей в пространстве, прямых и плоскостей в пространстве;
- свободно оперировать понятиями, связанными с углами в пространстве: между прямыми в пространстве, между прямой и плоскостью;
- свободно оперировать понятиями, связанными с многогранниками;
- свободно распознавать основные виды многогранников (призма, пирамида, прямоугольный параллелепипед, куб);
- классифицировать многогранники, выбирая основания для классификации;
- свободно оперировать понятиями, связанными с сечением многогранников плоскостью;
- выполнять параллельное, центральное и ортогональное проектирование фигур на плоскость, выполнять изображения фигур на плоскости;
- строить сечения многогранников различными методами, выполнять (выносные) плоские чертежи из рисунков простых объёмных фигур: вид сверху, сбоку, снизу;
- вычислять площади поверхностей многогранников (призма, пирамида), геометрических тел с применением формул;
- свободно оперировать понятиями: симметрия в пространстве, центр, ось и плоскость симметрии, центр, ось и плоскость симметрии фигуры;
- свободно оперировать понятиями, соответствующими векторам и координатам в пространстве;
- выполнять действия над векторами;
- решать задачи на доказательство математических отношений и нахождение геометрических величин, применяя известные методы при решении математических задач повышенного и высокого уровня сложности;
- применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении стереометрических задач;
- извлекать, преобразовывать и интерпретировать информацию о пространственных геометрических фигурах, представленную на чертежах и рисунках;
- применять полученные знания на практике: сравнивать и анализировать реальные ситуации, применять изученные понятия в процессе поиска решения математически сформулированной проблемы, моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием

геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры, решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин;

- иметь представления об основных этапах развития геометрии как составной части фундамента развития технологий.

К концу **11 класса** обучающийся научится:

- свободно оперировать понятиями, связанными с цилиндрической, конической и сферической поверхностями, объяснять способы получения;
- оперировать понятиями, связанными с телами вращения: цилиндром, конусом, сферой и шаром;
- распознавать тела вращения (цилиндр, конус, сфера и шар) и объяснять способы получения тел вращения;
- классифицировать взаимное расположение сферы и плоскости;
- вычислять величины элементов многогранников и тел вращения, объёмы и площади поверхностей многогранников и тел вращения, геометрических тел с применением формул;
- свободно оперировать понятиями, связанными с комбинациями тел вращения и многогранников: многогранник, вписанный в сферу и описанный около сферы, сфера, вписанная в многогранник или тело вращения;
- вычислять соотношения между площадями поверхностей и объёмами подобных тел;
- изображать изучаемые фигуры, выполнять (выносные) плоские чертежи из рисунков простых объёмных фигур: вид сверху, сбоку, снизу, строить сечения тел вращения;
- извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию о пространственных геометрических фигурах, представленную на чертежах и рисунках;
- свободно оперировать понятием вектор в пространстве;
- выполнять операции над векторами;
- задавать плоскость уравнением в декартовой системе координат;
- решать геометрические задачи на вычисление углов между прямыми и плоскостями, вычисление расстояний от точки до плоскости, в целом, на применение векторно-координатного метода при решении;
- свободно оперировать понятиями, связанными с движением в пространстве, знать свойства движений;
- выполнять изображения многогранников и тел вращения при параллельном переносе, центральной симметрии, зеркальной симметрии, при повороте вокруг прямой, преобразования подобия;
- строить сечения многогранников и тел вращения: сечения цилиндра (параллельно и перпендикулярно оси), сечения конуса (параллельные основанию и проходящие через вершину), сечения шара;
- использовать методы построения сечений: метод следов, метод внутреннего проектирования, метод переноса секущей плоскости;
- доказывать геометрические утверждения;

- применять геометрические факты для решения стереометрических задач, предполагающих несколько шагов решения, если условия применения заданы в явной и неявной форме;
- решать задачи на доказательство математических отношений и нахождение геометрических величин;
- применять программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении стереометрических задач;
- применять полученные знания на практике: сравнивать, анализировать и оценивать реальные ситуации, применять изученные понятия, теоремы, свойства в процессе поиска решения математически сформулированной проблемы, моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры, решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин;
- иметь представления об основных этапах развития геометрии как составной части фундамента развития технологий.

Реализация воспитательного потенциала занятий учебного курса «Геометрия» предусматривает:

1) использование воспитательных возможностей содержания курса для формирования у обучающихся российских традиционных духовно-нравственных и социокультурных ценностей, российского исторического сознания на основе исторического просвещения; подбор соответствующего содержания уроков, заданий, вспомогательных материалов, проблемных ситуаций для обсуждений;

2) включение целевых ориентиров результатов воспитания, их учёт в определении воспитательных задач уроков:

усвоение обучающимися знаний норм, духовно-нравственных ценностей, традиций, которые выработало российское общество (социально значимых знаний);

формирование и развитие личностных отношений к этим нормам, ценностям, традициям (их освоение, принятие);

приобретение соответствующего этим нормам, ценностям, традициям социокультурного опыта поведения, общения, межличностных социальных отношений, применения полученных знаний;

достижение личностных результатов освоения общеобразовательных программ в соответствии с ФГОС СОО.

3) выбор методов, методик, технологий, оказывающих воспитательное воздействие на личность в соответствии с воспитательным идеалом, целью и задачами воспитания, целевыми ориентирами результатов воспитания; реализацию приоритета воспитания в учебной деятельности;

4) привлечение внимания обучающихся к ценностному аспекту изучаемых на уроках предметов, явлений и событий, инициирование обсуждений, высказываний своего мнения, выработки своего личностного отношения к изучаемым событиям, явлениям, лицам;

5) применение интерактивных форм учебной работы – интеллектуальных, стимулирующих познавательную мотивацию, игровых методик, дискуссий, дающих возможность приобрести опыт ведения конструктивного диалога; групповой работы,

которая учит строить отношения и действовать в команде, способствует развитию критического мышления;

6) побуждение обучающихся соблюдать нормы поведения, правила общения со сверстниками и педагогическими работниками, соответствующие укладу общеобразовательной организации, установление и поддержку доброжелательной атмосферы;

7) организацию наставничества мотивированных и эрудированных обучающихся над неуспевающими одноклассниками, в том числе с особыми образовательными потребностями, дающего обучающимся социально значимый опыт сотрудничества и взаимной помощи;

8) инициирование и поддержку исследовательской деятельности обучающихся, планирование и выполнение индивидуальных и групповых проектов воспитательной направленности.

### III. ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

#### 10 КЛАСС

| №<br>п/п | Наименование разделов и тем программы                 | Количество часов |                       |                        | Электронные<br>(цифровые)<br>образовательные<br>ресурсы                                 |
|----------|-------------------------------------------------------|------------------|-----------------------|------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------|
|          |                                                       | Всего            | Контрольные<br>работы | Практические<br>работы |                                                                                         |
| 1        | Введение в стереометрию                               | 23               | 1                     |                        | Библиотека ЦОК<br><a href="https://m.edsoo.ru/2d60fb5a">https://m.edsoo.ru/2d60fb5a</a> |
| 2        | Взаимное расположение прямых в пространстве           | 6                | 1                     |                        | Библиотека ЦОК<br><a href="https://m.edsoo.ru/2d60fb5a">https://m.edsoo.ru/2d60fb5a</a> |
| 3        | Параллельность прямых и плоскостей в пространстве     | 8                |                       |                        | Библиотека ЦОК<br><a href="https://m.edsoo.ru/2d60fb5a">https://m.edsoo.ru/2d60fb5a</a> |
| 4        | Перпендикулярность прямых и плоскостей в пространстве | 25               |                       |                        | Библиотека ЦОК<br><a href="https://m.edsoo.ru/2d60fb5a">https://m.edsoo.ru/2d60fb5a</a> |
| 5        | Углы и расстояния                                     | 16               | 1                     |                        | Библиотека ЦОК<br><a href="https://m.edsoo.ru/2d60fb5a">https://m.edsoo.ru/2d60fb5a</a> |
| 6        | Многогранники                                         | 7                | 1                     |                        | Библиотека ЦОК<br><a href="https://m.edsoo.ru/2d60fb5a">https://m.edsoo.ru/2d60fb5a</a> |

|                                     |                                               |     |   |   |                                                                                         |
|-------------------------------------|-----------------------------------------------|-----|---|---|-----------------------------------------------------------------------------------------|
| 7                                   | Векторы в пространстве                        | 12  |   |   | Библиотека ЦОК<br><a href="https://m.edsoo.ru/2d60fb5a">https://m.edsoo.ru/2d60fb5a</a> |
| 8                                   | Повторение, обобщение и систематизация знаний | 5   | 2 |   | Библиотека ЦОК<br><a href="https://m.edsoo.ru/2d60fb5a">https://m.edsoo.ru/2d60fb5a</a> |
| ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ |                                               | 102 | 6 | 0 |                                                                                         |

## 11 КЛАСС

| № п/п | Наименование разделов и тем программы         | Количество часов |                    |                     | Электронные (цифровые) образовательные ресурсы                                          |
|-------|-----------------------------------------------|------------------|--------------------|---------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------|
|       |                                               | Всего            | Контрольные работы | Практические работы |                                                                                         |
| 1     | Аналитическая геометрия                       | 15               | 1                  |                     | Библиотека ЦОК<br><a href="https://m.edsoo.ru/2d60fb5a">https://m.edsoo.ru/2d60fb5a</a> |
| 2     | Повторение, обобщение и систематизация знаний | 15               | 1                  |                     | Библиотека ЦОК<br><a href="https://m.edsoo.ru/2d60fb5a">https://m.edsoo.ru/2d60fb5a</a> |
| 3     | Объём многогранника                           | 17               | 1                  |                     | Библиотека ЦОК<br><a href="https://m.edsoo.ru/2d60fb5a">https://m.edsoo.ru/2d60fb5a</a> |

|                                            |                                               |    |     |   |                                                                                         |
|--------------------------------------------|-----------------------------------------------|----|-----|---|-----------------------------------------------------------------------------------------|
| 4                                          | Тела вращения                                 | 24 | 1   |   | Библиотека ЦОК<br><a href="https://m.edsoo.ru/2d60fb5a">https://m.edsoo.ru/2d60fb5a</a> |
| 5                                          | Площади поверхности и объёмы круглых тел      | 9  | 1   |   | Библиотека ЦОК<br><a href="https://m.edsoo.ru/2d60fb5a">https://m.edsoo.ru/2d60fb5a</a> |
| 6                                          | Движения                                      | 5  | 1   |   | Библиотека ЦОК<br><a href="https://m.edsoo.ru/2d60fb5a">https://m.edsoo.ru/2d60fb5a</a> |
| 7                                          | Повторение, обобщение и систематизация знаний | 17 | 2   |   | Библиотека ЦОК<br><a href="https://m.edsoo.ru/2d60fb5a">https://m.edsoo.ru/2d60fb5a</a> |
| <b>ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ</b> |                                               |    | 102 | 8 | 0                                                                                       |